

## Progetto Olimpiadi della Matematica

## V Gara Nazionale per le Classi Prime

2 Febbraio 2017

## Test n.1

Punteggi: Giusto=6, Non Fatto=1, Sbagliato=0

**Quesito n. 1** Un rettangolo ha area 12120 e lati di misura intera. Qual è il minimo valore del suo perimetro?

- A 440  B nessuna delle altre risposte è esatta  C 444  D 446  E 448  F 442

**Quesito n. 2** Sappiamo che il PIN del bancomat di Claudia è un numero di 5 cifre della forma  $n = 41a9b$ , dove  $a$  e  $b$  indicano le cifre che non conosciamo. Sappiamo però che  $n$  è divisibile per 312. Quanto vale il prodotto  $a \cdot b$ ?

- A 64  B 24  C 36  D non determinabile dai soli dati forniti  E 12  F 10

**Quesito n. 3** Ho dieci segmenti di lunghezze rispettivamente 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e voglio costruire 5 rettangoli, ciascuno avente per base e per altezza uno di tali segmenti. Se, alla fine, devo aver usato tutti i dieci segmenti, qual è il valore minimo che posso ottenere per la somma delle aree dei cinque rettangoli?

- A 90  B nessuna delle altre risposte è esatta  C 120  D 119  E 96  F 110

**Quesito n. 4** Sia  $N = 16!$ , cioè  $N = 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ . Quanti sono i quadrati perfetti che dividono  $N$ ?

- A 128  B 96  C 64  D 144  E 48  F 36

**Quesito n. 5** Sull'isola "Kenoncè" tutti gli studenti che quest'anno hanno terminato la scuola superiore hanno partecipato al test per l'ammissione all'università. Considerando l'intera popolazione scolastica, il punteggio medio al test è stato 11. Se però ci si restringe agli studenti che hanno partecipato alle gare di matematica, che sono il 25% del totale, il punteggio medio al test è stato molto più alto: ben 18 punti. Allora, indicando con  $p$  il punteggio medio degli studenti che NON hanno partecipato alle gare di matematica, si ha:

- A  $7 \leq p < 8$   B  $9 \leq p < 10$   C  $10 \leq p < 11$   D  $6 \leq p < 7$   E  $p < 6$   F  $8 \leq p < 9$

**Quesito n. 6** Il triangolo  $ABC$  è equilatero. I quattro triangoli colorati di grigio nella figura sono pure equilateri e le loro aree sono 1, 4, 9 e 16. Qual è l'area di  $ABC$ ?

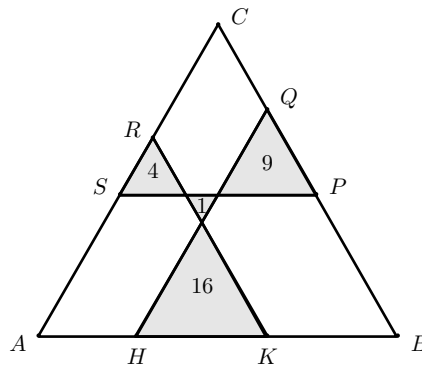


figura 1

- A 101  B 121  C 100  D non determinabile dai soli dati forniti  E 120  F 144

**Quesito n. 7**  $\mathcal{F}$  Sia  $M = \text{MCD}(4344, 4368)$ . Quanto vale la somma delle cifre di  $M$ ?

- A 8  B 7  C 15  D 3  E 9  F 6

**Quesito n. 8** Sull'isola "Kenoncè" la spiaggia di "RivaDritta" è famosa perché la linea che separa la terra dal mare rimane perfettamente rettilinea per molti chilometri. Luca ha acceso un fuoco sulla spiaggia a distanza di 6 metri esatti dalla riva e poi si è addormentato mentre Claudia è andata a cercare altra legna. Ad un certo punto, mentre si trova esattamente a 39 metri in linea d'aria dal fuoco e a 21 metri dalla riva, Claudia vede che il fuoco potrebbe bruciare Luca e allora decide di correre verso un punto  $C$  della riva, prendere dell'acqua e andare di corsa a spegnere il fuoco. Qual è la lunghezza del tragitto che Claudia percorre di corsa, se sceglie  $C$  in modo che essa sia minima?

- A 49 m  B 44 m  C 42 m  D 48 m  E 45 m  F 50 m

**Quesito n. 9**  $\mathcal{F}$  In un poligono regolare il cubo del numero dei lati è uguale al quadrato del numero delle diagonali. Qual è il numero dei lati?

- A non è univocamente determinato  B 4  C 9  D 16  E 25  F 27

**Quesito n. 10** Sia  $n$  il numero la cui rappresentazione binaria è di 2017 cifre tutte uguali a 1. Qual è (in base 10) il resto che si ottiene dividendo  $n$  per 16?

- A 15  B 7  C 0  D 1  E 12  F 3

**Quesito n. 11**  $\mathcal{F}$  Sia  $n = 255 \cdot 257$ . Nella rappresentazione binaria di  $n$  quante sono le cifre uguali a 1?

- A 4  B 7  C 1  D 2  E 8  F 16

**Quesito n. 12**  $\mathcal{F}$  Quanti sono i diversi rettangoli con lati interi e area 12600?

- A 36  B 27  C 30  D 12  E 92  F 48

**Quesito n. 13** Sono dati  $n = 7575$  e  $m = 7755$ . In quanti modi posso scegliere l'intero positivo  $k$  in modo che  $\text{MCD}(m, n) = \text{MCD}(m, n, k)$  e  $\text{mcm}(m, n) = \text{mcm}(m, n, k)$ ?

- A 163  B 2  C 181  D 16  E 12  F 36

**Quesito n. 14** Sommando il numero 1965 e tutti gli altri 23 numeri che si ottengono permutando le sue cifre, si ottiene una quantità  $M$ . Quanto vale  $M$ ?

- A 153318  B 173316  C 113322  D 139986  E 106656  F 126654

**Quesito n. 15** Di un triangolo acutangolo  $ABC$  sono note le misure delle altezze  $h_A$  e  $h_B$ , condotte rispettivamente dai vertici  $A$  e  $B$ . Inoltre Claudia conosce la misura del lato  $AC$ , Luca quella del lato  $AB$  e Raffaella quella dell'angolo interno  $\hat{A}$ , ma nessuno dei tre comunica l'informazione in suo possesso agli altri due. Chi dei tre ha dati sufficienti per determinare in modo univoco il triangolo?

- A tutti  B solo Claudia  C solo Luca e Raffaella  D solo Luca  E solo Raffaella e Claudia  F solo Luca e Claudia

**Quesito n. 16**  $\mathcal{F}$  Del polinomio non identicamente nullo  $p(x)$  sappiamo solo che sviluppando  $(p(x))^3$  e  $(x^8 - x^3) \cdot p(x)$  si ottengono due polinomi dello stesso grado. Qual è questo grado?

- A 24  B 36  C 10  D non determinabile dai soli dati forniti  E 9  F 12

**Quesito n. 17** Tre auto, una bianca, una nera e una rossa compiono lo stesso percorso, partendo insieme. L'auto bianca per la prima metà del tempo impiegato viaggia a 60 Km/h, poi viaggia a 120 Km/h. L'auto nera per la prima metà dello spazio percorso a viaggia 60 Km/h, poi viaggia a 120 Km/h. L'auto rossa invece, per la prima metà dello spazio percorso a viaggia 80 Km/h, poi viaggia a 100 Km/h.

In che ordine arrivano alla meta?

- A bianca, rossa, nera.  B bianca, nera, rossa.  C nera, bianca, rossa.  D rossa, nera, bianca.  E rossa, bianca, nera.  F tutte insieme.

**Quesito n. 18**  $\mathcal{F}$  Il rettangolo  $ABCD$  ha area 1000. Inoltre l'arco  $MD$  ha centro in  $A$ , l'arco  $MC$  ha centro in  $B$  e l'arco  $CD$  ha centro in  $M$ . Quanto vale l'area colorata in grigio in figura?

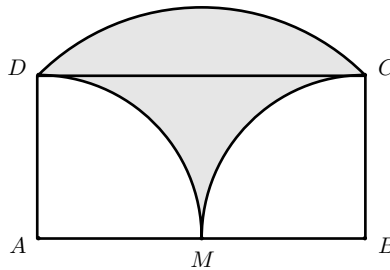


figura 2

- A  $150\pi$   B  $125 + 125\pi$   C 450  D  $900 - 125\pi$   E 500  F 625

Test n.1

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6	n.7	n.8	n.9	n.10	n.11	n.12	n.13	n.14	n.15	n.16	n.17	n.18
<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A	<input checked="" type="checkbox"/> A	<input type="checkbox"/> A
<input type="checkbox"/> B	<input checked="" type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input checked="" type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B	<input type="checkbox"/> B
<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input checked="" type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C	<input type="checkbox"/> C
<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input checked="" type="checkbox"/> D	<input checked="" type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D	<input type="checkbox"/> D
<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> E	<input checked="" type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> E	<input type="checkbox"/> E	<input checked="" type="checkbox"/> E
<input checked="" type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> F	<input checked="" type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> F	<input checked="" type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> F	<input checked="" type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> F	<input checked="" type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> F	<input checked="" type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> F	<input type="checkbox"/> F

La gara dura 2 ore e 30 minuti. Non è ammesso l'uso di cellulare, calcolatrici, righelli, compasso e goniometro. Ricorda che i problemi non sono in ordine di difficoltà, ma permutati in modo casuale. Per darti qualche indicazione sulla loro difficoltà abbiamo contrassegnato

quelli che ci sembravano più semplici con il simbolo:  $\mathcal{F}$ .