

Problema 1. Data la famiglia di funzioni $f_k(x) = \frac{e^{kx}}{x^2 + k}$:

- ii) studia $f_{(-\frac{1}{4})}(x) = \frac{4e^{-\frac{1}{4}x}}{4x^2 - 1}$

Quesito 1. Considera la funzione: $f(x) = \frac{e^{x^4}}{1+x^4}$, dimostra che è invertibile per $x \geq 0$, mentre non lo è $\forall x \in \mathbb{R}$.
 Detta $g(y)$ l'inversa di $f(x)$ si calcoli $g'\left(\frac{e}{2}\right)$

Quesito 2. Un dado viene lanciato 3 volte. Qual è la probabilità che il 6 esca esattamente due volte, e se i lanci sono n ?

Quesito 3. Tre contenitori indistinguibili contengono rispettivamente:

- i) C_1 dieci dadi equi e sei dadi per cui la faccia con due punti ha probabilità $\frac{1}{2}$ la faccia con tre punti ha probabilità $\frac{1}{3}$ e le altre quattro ciascuna $\frac{1}{24}$;
- ii) C_2 otto dadi equi e otto dadi per cui la faccia con un punto ha probabilità $\frac{1}{2}$ la faccia con quattro punti ha probabilità $\frac{1}{3}$ e le altre quattro ciascuna $\frac{1}{24}$
- iii) C_3 sei dadi equi e dieci dadi per cui la faccia con un cinque ha probabilità $\frac{1}{2}$ la faccia con sei punti ha probabilità $\frac{1}{3}$ e le altre quattro ciascuna $\frac{1}{24}$

Scelto a caso un contenitore estraggo un dado ottengo la faccia con sei punti. Qual è la probabilità che il contenitore scelto sia C_3 ?

Quesito 4. Individua nel piano di Gauss i numeri complessi per i quali: $|z + 1| = z\sqrt{2} - 1$.

Quesito 5. Stabilire per quale valore del parametro reale c , $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left((x^5 - 7x^4 + 2)^c - x \right) = 0$

Quesito 6. In un mazzo di n chiavi si cerca quella giusta provandole a caso una dopo l'altra. Qual è la probabilità che si debbano fare esattamente k tentativi?

Quesito 7. Calcolare quanto vale la somma dei termini dell'ennesima riga del triangolo di Tartaglia (motivare dettagliatamente la risposta)

[illegible]

Problemi $\mathcal{MateFis}$

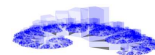
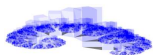
Problema 1. Data la funzione $f_{(h)}(x) = x^2(\log(x) - h)^2$.

- i) Determinare il valore del parametro $h \in \mathbb{R}^+$ per cui la funzione ammette massimo relativo 1.⁽¹⁾
- ii) Si studi la funzione $f_{(h=1)}(x)$.

Problema 2. Una spira rettangolare di rame è immersa in un campo magnetico $\vec{B}$ la cui direzione è perpendicolare al piano contenente la spira.

Sapendo che l'area della spira è $A \text{ cm}^2$, il vettore $\vec{B}$, espresso in Tesla (T), ha intensità $B(t) = B_0 e^{-kt}$ e la resistenza della spira, espressa in Ohm (Ω), vale R :

¹ti ricordo che il massimo è l'ordinata della funzione nel punto di massimo



- i) indica $[k]^{(2)}$
- ii) da cosa dipende il verso della corrente indotta nella spira?
- iii) calcola la legge della corrente indotta.

Quesiti *MateFis*

Quesito 1. Una scatola contiene quattro schede, una di esse ha entrambi i lati rossi, mentre le altre hanno un lato rosso e uno bianco. Una scheda viene estratta e se ne guarda uno solo dei lati: è rosso. Qual è la probabilità che anche l'altro lato sia rosso?

Quesito 2. Calcolare la derivata della funzione $k(x) = g(x)^{\frac{1}{g(x)}}$ sapendo che $g'(x) = \frac{x^2}{g(x)}$

Quesito 3. Ricava la forza agente fra due fili paralleli percorsi dalla stessa corrente i .⁽³⁾

Quesito 4. Dividere 8 in due parti in modo che la somma dei loro cubi sia minima.

Quesito 5. Data la funzione $f : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = |\sin(\pi x)|$, è possibile applicare il teorema di Rolle nel dominio di definizione? Motiva la risposta.

Quesito 6. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile quattro volte con derivata quarta continua tale che: $f'(x_0) = f''(x_0) = f^{(3)}(x_0) = 0$, $f^{(4)}(x_0) = 1$.

Dimostra, usando la formula di Taylor, che x_0 è un punto di minimo locale.

²ti ricordo che $[grandezza]$ indica l'unità di misura della grandezza contenuta fra parentesi quadre

³Distingui i casi: corrente con verso concorde e corrente con verso discorde