

1 Mateprob

Problema 1. Sia $f(x) = x \log \left(\frac{x}{x-1} \right)$

- 1) dimostra che $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1$;
- 2) come si dimostra, sapendo che la successione $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ converge ad e , che $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$?
- 3) Studia la funzione.
- 4) Detta $F(x)$ una primitiva di $f(x)$, ricava che $F(x) = \frac{1}{2} \left(x^2 \log \left(\frac{x}{x-1} \right) + x + \log |x-1| \right)$.
- 5) La regione di piano, situata nel II quadrante, compresa fra il grafico di f e il suo asintoto orizzontale non è misurabile, spiega perché.

2 EdCiv

Quesito 1. Data una variabile aleatoria continua X con distribuzione $\mathcal{N}_{(10,4)}^{(1)}$ determina la probabilità che X assuma un valore:

- a) inferiore a 8; b) superiore a 13; c) compreso fra 9 e 10.7.

Quesito 2. La probabilità p di uscita del numero 18 in una estrazione del lotto è $\frac{1}{18}$.

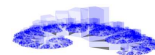
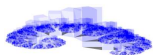
- a) Spiega perché $p = \frac{\binom{1}{1} \binom{89}{4}}{\binom{90}{5}}$.
- b) Usando l'approssimazione normale, stima la probabilità che il numero 18 sia uscito almeno 12 volte nelle ultime 100 estrazioni.

3 Mate quesiti due a scelta

Quesito 3. Siano Γ la sfera di raggio $\sqrt{3}$ e centro nel punto $C = (1, 1, 1)$; r la retta per l'origine di direzione $B - A$ ($A = (1, 0, 0)$ $B = (0, 1, 1)$):

- i) individua le coordinate del punto $D = r \cap \Gamma$; iii) calcola l'angolo che la direzione della retta DC forma con la normale al piano xy .
- ii) calcola l'equazione parametrica della retta DC ;

¹significa distribuzione normale con media 10 e varianza 4



Quesito 4. In figura ?? sono rappresentate due funzioni le cui leggi sono $x \rightarrow -\frac{1}{16}(2x^2 - 7x - 4)$ e $x \rightarrow \frac{x^2 + 1}{x^2 + 4}$.

- Indica, motivando la risposta quale legge corrisponde ad f_1 e quale ad f_2 .
- Calcola il volume del solido generato, in una rotazione completa attorno all'asse delle ascisse, della regione di piano rappresentata in figura.

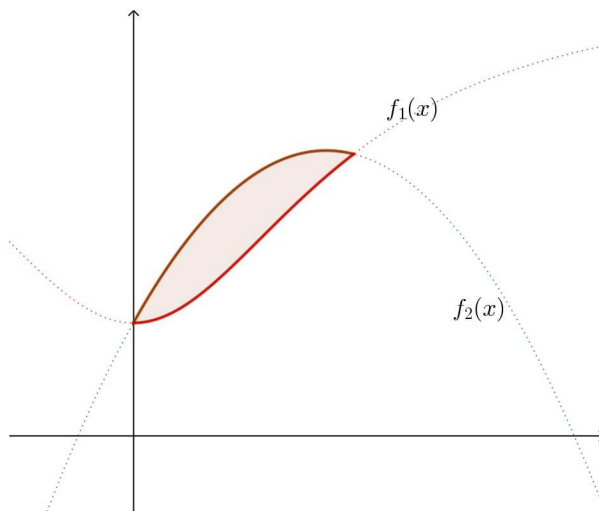


Figura 1

Quesito 5. Data la funzione $f_3(x) = \frac{\sqrt{\log(x) + 2}}{\sqrt{1 - x^4}}$

- indica il dominio di $f_3(\cdot)$;
- quali fra i seguenti limiti si possono calcolare:

$$ii_1) \lim_{x \rightarrow 0^+} f_3(x); \quad ii_2) \lim_{x \rightarrow 1^-} f_3(x); \quad ii_3) \lim_{x \rightarrow 1^+} f_3(x); \quad ii_4) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{e^2}} f_3(x); \quad ii_5) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f_3(x);$$

motiva dettagliatamente la risposta, indicando in particolare in quali casi l'operatore limite è stato usato anche se la funzione in quel punto risulta già definita continua.

- calcola $f'_3(x)$.

Quesito 6. Data la funzione $f_4(x) = \frac{\sqrt[3]{1 - x^3 + x^6}}{x}$

- calcola, se esistono, i limiti a $\pm\infty$, motivando con cura il calcolo;
- verifica che la funzione ha come asintoto obliquo la bisettrice del I e III quadrante. Spiega come è stata ricavata la formula per il calcolo dell'asintoto obliquo.