

Quesito 1. Nota la legge del moto uniformemente accelerato $s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$, ricava la legge della velocità $v(t)$.

A large grid of graph paper with 20 columns and 10 rows. The grid is composed of small squares, with a slightly larger margin on the left side for writing.

Quesito 2. Ricava la traiettoria di un oggetto di massa m lanciato con velocità $\vec{v}$ in presenza di gravità.

[illegible]

Quesito 3. Una massa m è tenuta sospesa in equilibrio da due fili, sapendo che l'angolo fra i due fili è $\frac{\pi}{2}$.
Disegna le forze in gioco.

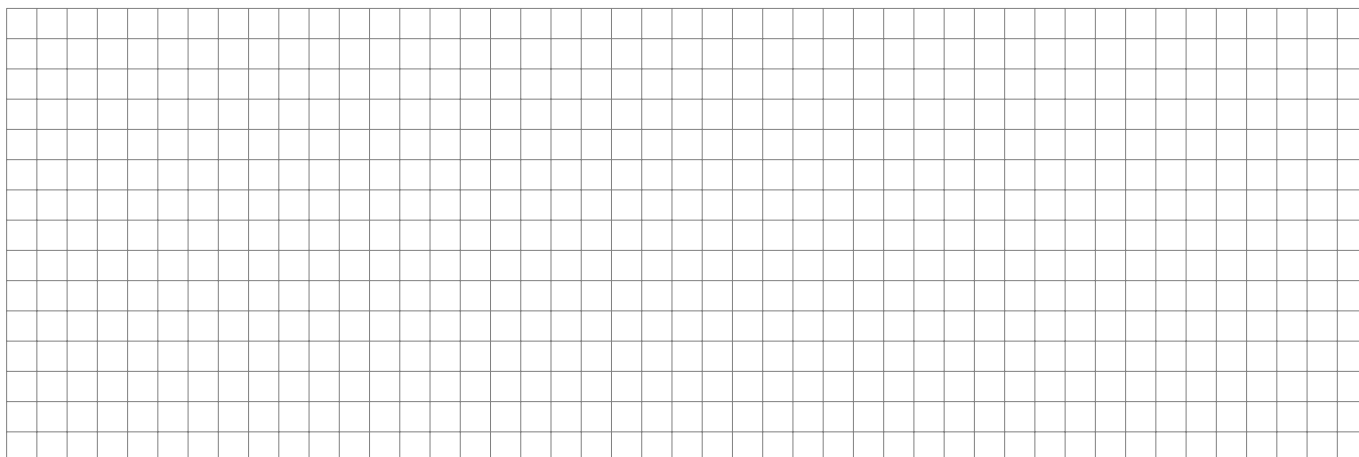
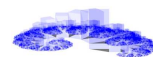
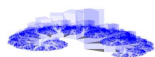
[illegible]

Problema 1. Una massa m viene lanciata orizzontalmente con velocità $|\vec{v}|$ ad una distanza d dal punto di lancio di m si trova una massa $2m$. Nell'istante in cui la massa m viene lanciata, la massa $2m$ vien fatta cadere:

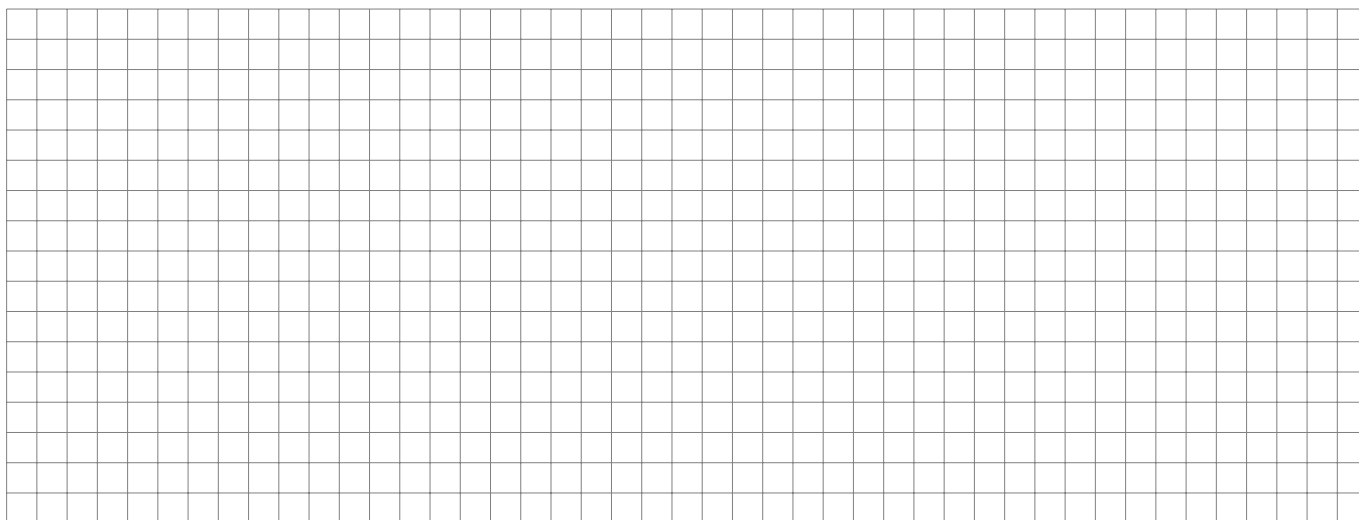
- ricava le equazioni dei moti di m e $2m$;
- se le due masse si incontrano dopo t_1 secondi, ricava v in funzione di t .

Quesito 1. Dopo aver dato la definizione di quantità di moto, spiega perché $\vec{p}$ si conserva se non agiscono forze esterne.

Fai un esempio in cui la quantità di moto si conserva.

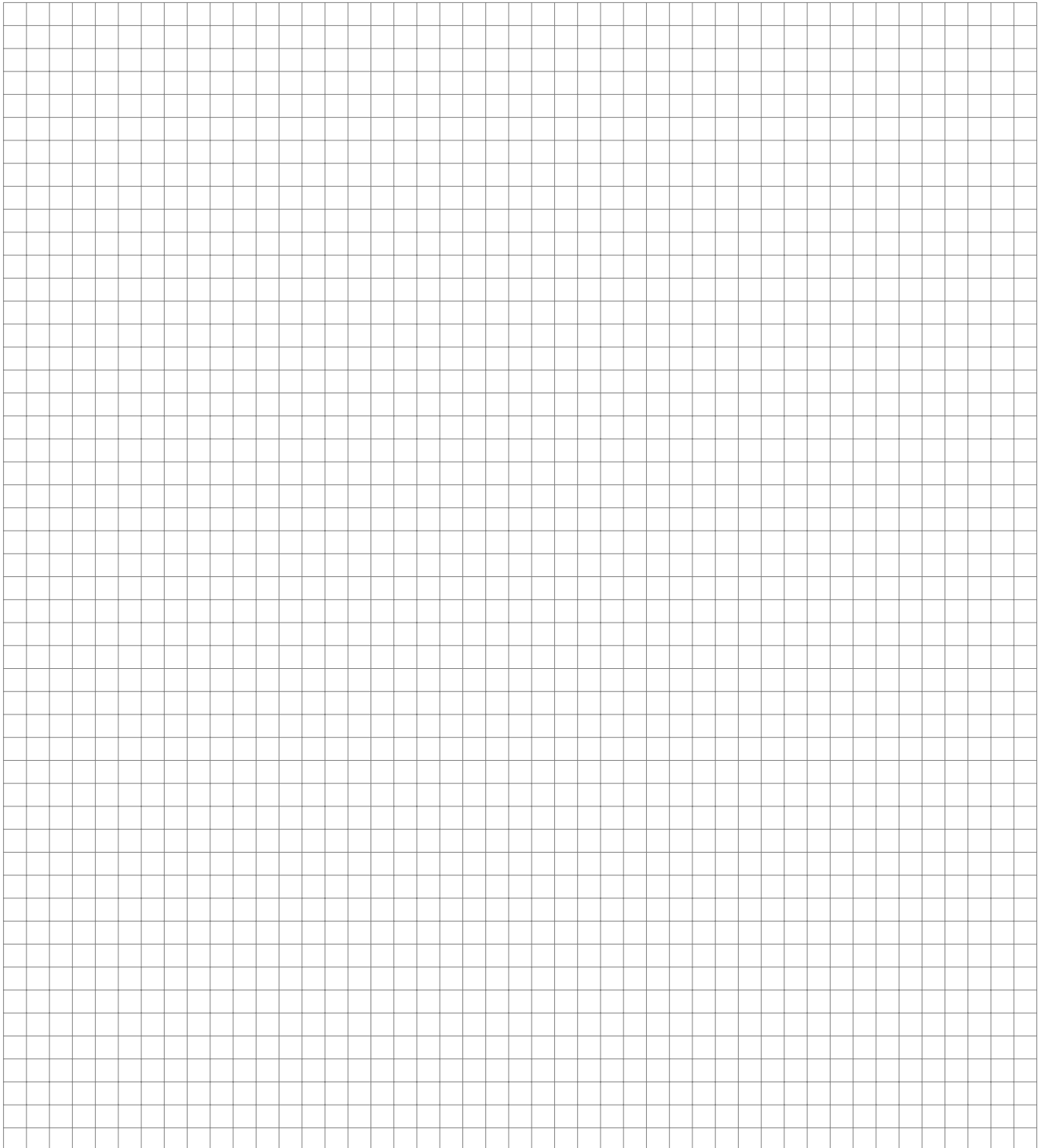
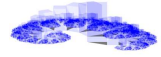


Problema 1. Una massa m in quiete su di un piano orizzontale liscio, viene urtata da una massa M . Sapendo che la massa M dopo l'urto rimane incollata a m e che la velocità delle due masse è u , calcola la velocità di M prima dell'urto.



Quesito 2. Dopo aver dato la definizione di lavoro, **ricava**:

- i) il lavoro necessario per comprimere una molla;
- ii) il lavoro che permette di far acquisire ad una massa m una velocità v ;
- iii) il lavoro necessario per sollevare una massa m dal suolo ad una altezza h .



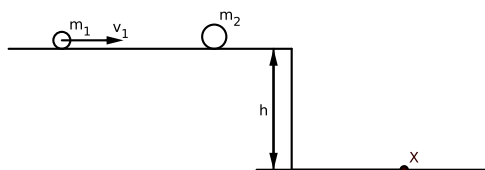
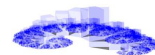
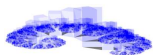


Figura 1: Salto di sferette

Problema 2. Una massa m_1 si muove su di un piano liscio a velocità il cui modulo è v_1 (vedi figura ??), la massa $m_2 = 5m_1$ è in quiete:

- se le due masse urtano in modo anelastico, dopo aver scelto un opportuno riferimento cartesiano:
 - calcola le coordinate di X ;
 - calcola l'energia dispersa nell'urto.
- se le due masse urtano in modo elastico, dopo aver scelto un opportuno riferimento cartesiano:
 - calcola le coordinate di X ;
 - quale delle due masse arriva in X ? (motiva la risposta)

1 Disequazioni ... fondamentali

Risolvi in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

1.1 Razionali fratte

- $\frac{x^3 - x^2}{x^4 - x^2 - 4} \leq 0$;
- $\frac{1}{x+1} + \frac{x}{x-1} \geq \frac{x^2}{1-x^2}$.

1.2 Irrazionali

- $x - 2 \geq \sqrt{x^2 - 3x}$;
- $\sqrt{x^2 + 1} \leq \sqrt{5 - x^2}$.

2 Geometria

Problema 1. Nel trapezio rettangolo $ABCD$ il lato AD è perpendicolare alle basi e le diagonali sono fra loro perpendicolari. Dimostra che l'altezza è media proporzionale fra le basi.

Problema 2. Nel pentagono regolare $ABCDE$ (vedi figura ??), siano M ed N i punti di intersezione della diagonale AC rispettivamente con le diagonali BD e BE . Dimostra che $MC^2 = AM \cdot MN$

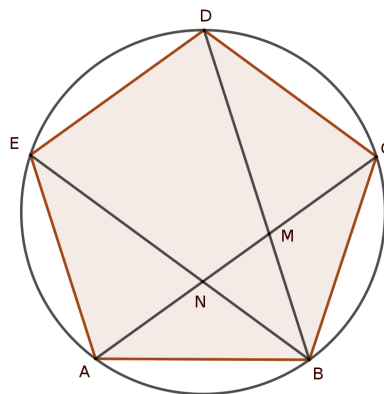


Figura 2

Problema 3. Siano $A = (3, -2)$ e $B = (-1, 1)$, calcola l'equazione della retta r_{AB} ⁽¹⁾, ricava l'equazione dell'asse a del segmento AB , determina l'equazione della retta s parallela a r_{AB} passante per il punto di $C \in a$ di ordinata 5, calcola l'area del triangolo ABC .

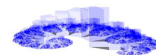
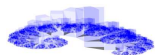
3 Problemi di II grado

Svolgere i seguenti problemi impostando le opportune equazioni e poi risolverle. Se il risultato viene trovato per tentativi non viene considerato.

3.1 Non svolti

Problema 4. In un rettangolo, se si aumenta di 2 metri la base e si riduce di un metro l'altezza, la sua area aumenta di 4 metri quadrati. Se invece si riduce di un metro la base e si aumenta di 2 metri l'altezza, l'area aumenta di 22 metri quadrati. Quali sono le dimensioni del rettangolo?

¹retta per A e B



Problema 5. Luca e Carlo bevono due aranciate in bottiglia. Nel tempo in cui Luca beve 11 sorsi, Carlo ne beve 8, ma due sorsi di Carlo equivalgono a tre di Luca. Poiché quando Carlo inizia a bere Luca ha già preso 4 sorsi, dopo quanti sorsi di Carlo le due bibite hanno lo stesso livello?

3.2 Probabilità e combinatorio

Problema 6. Dopo aver posto le opportune condizioni, risolvi:

$$\binom{n}{2} - \binom{n}{1} = \binom{n}{3} - \binom{n}{2}$$

dove $n \in \mathbb{N}$.

Problema 7. Facendo molte prove, si scopre che se un dado a sei facce viene lanciato sei volte, la probabilità di ottenere tre volte la faccia con cinque punti è $\frac{256}{3125}$. Qual è la probabilità di ottenere 5 in un solo lancio?

4 ...

Problema 8. Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il sistema: $\begin{cases} |4x - x^2| = y \\ y = x + k \end{cases}$, ammette tre soluzioni distinte.⁽²⁾

Problema 9. Disegna, motivando la costruzione, l'insieme dei punti P , tali che $d_{Taxi}(P, A) + d_{Taxi}(P, B) = d_{Taxi}(A, B)$, essendo $A = (-1, 1)$ e $B = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

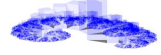
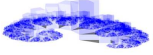
5 Ma ... c'è ancora spazio

Problema 10.

- (a) Find all positive integers n for which $2^n - 1$ is divisible by 7.
- (b) Prove that there is no positive integer n for which $2^n + 1$ is divisible by 7.

- 1) $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+2} \geq \frac{3}{x^2+x-2}$
- 2) $\frac{3}{x+3} - \frac{1}{x-2} < \frac{2}{x^2+x-6}$
- 3) $\frac{2}{x-4} + \frac{1}{x+1} \leq \frac{3}{x^2-3x-4}$
- 4) $\frac{4}{x+5} - \frac{2}{x-1} \geq \frac{2}{x^2+4x-5}$
- 5) $\frac{1}{x-2} + \frac{3}{x+3} > \frac{4}{x^2+x-6}$
- 6) $\frac{5}{x+1} - \frac{2}{x-4} \leq \frac{3}{x^2-3x-4}$
- 7) $\frac{2}{x-6} + \frac{3}{x+2} \geq \frac{5}{x^2-4x-12}$
- 8) $\frac{1}{x+7} - \frac{2}{x-3} < \frac{1}{x^2+4x-21}$
- 9) $\frac{3}{x-1} + \frac{1}{x+5} \leq \frac{4}{x^2+4x-5}$
- 10) $\frac{4}{x+2} - \frac{1}{x-3} \geq \frac{3}{x^2-x-6}$
- 11) $\frac{2}{x-7} + \frac{1}{x+1} > \frac{3}{x^2-6x-7}$

²**Aiutino:** costruisci i grafici



$$12) \frac{3}{x+4} - \frac{2}{x-2} \leq \frac{1}{x^2+2x-8}$$

$$13) \frac{1}{x-3} + \frac{2}{x+6} \geq \frac{3}{x^2+3x-18}$$

$$14) \frac{5}{x+8} - \frac{1}{x-5} < \frac{4}{x^2+3x-40}$$

$$15) \frac{2}{x-2} + \frac{3}{x+4} \leq \frac{5}{x^2+2x-8}$$

$$16) \frac{4}{x+1} - \frac{1}{x-6} \geq \frac{3}{x^2-5x-6}$$

$$17) \frac{1}{x-5} + \frac{2}{x+3} > \frac{3}{x^2-2x-15}$$

$$18) \frac{3}{x+4} - \frac{1}{x-1} \leq \frac{2}{x^2+3x-4}$$

$$19) \frac{2}{x-8} + \frac{1}{x+2} \geq \frac{3}{x^2-6x-16}$$

$$20) \frac{1}{x+6} - \frac{2}{x-4} < \frac{1}{x^2+2x-24}$$

$$21) \frac{3}{x-1} + \frac{2}{x+5} \leq \frac{5}{x^2+4x-5}$$

$$22) \frac{1}{x+3} - \frac{3}{x-7} \geq \frac{2}{x^2-4x-21}$$

$$23) \frac{2}{x-2} + \frac{3}{x+4} > \frac{5}{x^2+2x-8}$$

$$24) \frac{4}{x+7} - \frac{1}{x-2} \leq \frac{3}{x^2+5x-14}$$

$$25) \frac{1}{x-6} + \frac{2}{x+1} \geq \frac{3}{x^2-5x-6}$$

$$26) \frac{3}{x+2} - \frac{2}{x-3} < \frac{1}{x^2-x-6}$$

$$27) \frac{2}{x-4} + \frac{1}{x+3} \leq \frac{3}{x^2-x-12}$$

$$28) \frac{1}{x+5} - \frac{3}{x-1} \geq \frac{2}{x^2+4x-5}$$

$$29) \frac{2}{x-7} + \frac{1}{x+2} > \frac{3}{x^2-5x-14}$$

$$30) \frac{3}{x+1} - \frac{2}{x-6} \leq \frac{1}{x^2-5x-6}$$

$$1) \frac{1}{x-2} + \frac{x}{x+2} \geq \frac{4}{x^2-4}$$

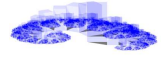
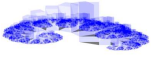
$$2) \frac{3}{x+1} - \frac{2}{x-1} < \frac{2}{x^2-1}$$

$$3) \frac{x}{x-3} + \frac{1}{x+3} > \frac{6}{x^2-9}$$

$$4) \frac{2}{x-5} - \frac{10}{x^2-25} \leq \frac{1}{x+5}$$

$$5) \frac{4}{x^2-16} + \frac{1}{x-4} > \frac{1}{x+4}$$

$$6) \frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2} \geq \frac{8}{x^2-4}$$



- 7) $\frac{5}{x+6} + \frac{1}{x-3} > \frac{6}{x^2+3x-18}$
- 8) $\frac{3}{x-1} + \frac{x}{x+1} \leq \frac{x^2+3}{x^2-1}$
- 9) $\frac{2x}{x+4} - \frac{1}{x-4} < \frac{x^2-20}{x^2-16}$
- 10) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2-x} \geq \frac{1}{x-1}$
- 11) $\frac{1}{x-3} + \frac{2}{x^2-6x+9} \leq \frac{x-1}{(x-3)^2}$
- 12) $\frac{x}{x^2-4x+4} - \frac{1}{x-2} > \frac{2}{x^2-4}$
- 13) $\frac{2}{x^2+2x+1} + \frac{1}{x+1} \geq \frac{x+3}{x^2-1}$
- 14) $\frac{3}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x-2} < \frac{1}{x-3}$
- 15) $\frac{x}{x^2-x-2} - \frac{1}{x-2} \leq \frac{1}{x+1}$
- 16) $\frac{2}{x^2+3x+2} + \frac{x}{x+1} > \frac{x-1}{x+2}$
- 17) $\frac{4}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+x} \geq \frac{1}{x}$
- 18) $\frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-4x+3} < \frac{2}{x^2-5x+6}$
- 19) $\frac{x+1}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} \leq \frac{2x}{x^2+2x}$
- 20) $\frac{3}{x^2+x-12} + \frac{1}{x+4} > \frac{1}{x-3}$
- 21) $\frac{x^2+x+1}{x^3-1} - \frac{1}{x-1} \geq 0$
- 22) $\frac{1}{x+2} + \frac{x-2}{x^2-2x+4} < \frac{8}{x^3+8}$
- 23) $\frac{x^2}{x^3-x^2+x-1} \leq \frac{1}{x-1}$
- 24) $\frac{3}{x^3-1} + \frac{1}{x^2+x+1} > \frac{1}{x-1}$
- 25) $\frac{2x-2}{x^2-2x+1} - \frac{x}{x^3-1} \geq \frac{1}{x^2+x+1}$
- 26) $\frac{1}{x^2-4} + \frac{1}{x^3-8} < \frac{x}{x-2}$
- 27) $\frac{x+3}{x^2-3x+2} - \frac{x-1}{x^2-4x+4} \geq \frac{1}{x-2}$
- 28) $\frac{x^2-2}{x^3-3x^2+3x-1} \leq \frac{1}{(x-1)^2}$
- 29) $\frac{4}{x^2-9} + \frac{x}{x^3+27} > \frac{1}{x+3}$
- 30) $\frac{x^2+2}{x^4-16} - \frac{1}{x^2-4} \leq \frac{1}{x^2+4}$