

1 Ricordi quando svolto in classe o assegnato per casa?

Quesito 1. In un triangolo siano K l'ortocentro, G il baricentro e O il circocentro, spiega cosa si utilizza per dimostrare che $GK = 2OG$.⁽¹⁾

Quesito 2. Quando un poligono di enne lati (n -agono) è regolare?

Quesito 3. Come si dimostra l'esistenza dell'elemento neutro nel prodotto riga per colonna nell'insieme $\mathcal{M}_2$?⁽²⁾

Quesito 4. $\exists A \in \mathcal{M}_2$ che non ammette inversa con l'operazione prodotto riga colonna? Motiva la risposta.

repetita iuvant

Quesito 5. Enuncia e dimostra il teorema della secante e della tangente.

2 Problemi e quesiti in libertà

Problema 1. Risolvi in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

1) $1 + \frac{9}{4x-12} < \frac{3x-10}{x^2-2x-3} + \frac{1}{4x+4}$

3) $\sqrt{5-2t} \geq 6t-1$

2) $\frac{x^3(x+1)^2}{x+3} \geq 0$

4) $\sqrt{\frac{x^2+8x+9}{1-x^2}} \geq x-3$

Problema 2. In un triangolo rettangolo un cateto supera l'altro di 17 ed il perimetro è 56. Calcola l'ipotenusa.

Problema 3. Dato un rettangolo $ABCD$ prolunga il lato AB dalla parte di A , di un segmento $AE = AD$, costruisci, nello stesso semipiano che contiene $ABCD$, il quadrato di lato EB , costruisci, ora il quadrato Q di lato AC avente B come punto interno. Calcola le dimensioni di $ABCD$ sapendo che $Area_Q = 218$ e la differenza fra l'area del quadrato di lato EB e l'area di $ABCD$ è 309.

Quesito 6. Se il 20 % dei bulloni prodotti da una certa macchina è difettoso, determina la probabilità che, su 4 bulloni scelti a caso

- a) uno sia difettoso; b) zero siano difettosi; c) al massimo 2 siano difettosi.

Problema 4. Siano $A = (-2, 0)$, $B = (2, 0)$ e $C = (0, 4)$.

- a) Mostra che il triangolo $\mathcal{T} = ABC$ è isoscele;
b) calcola le coordinate del baricentro e dell'ortocentro di $\mathcal{T}$;
c) scrivi l'equazione della circonferenza circoscritta a $\mathcal{T}$;
d) calcola l'equazione della parabola di vertice C che passa per A e B .

3 ...qui si pensa un po' di più

Problema 5. Dato il triangolo ABC non rettangolo, traccia la circonferenza di diametro BC che incontra ulteriormente le rette AB , AC rispettivamente in M ed N . Dimostra che $ABC \sim ANM$.

Problema 6. La disequazione $\sqrt{\frac{h(x)+2}{h(x)+1}} \leq h(x)-2$ ha soluzione $\forall x \in \mathbb{R}$.

Proponi una possibile legge di h ⁽³⁾

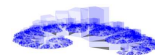
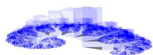
Problema 7. Nel piano π è dato il quadrato di diagonale $A = (0, 0)$ $C = (1, 1)$ applicando la trasformazione lineare $\tau : \pi \rightarrow \pi$ diventa il rettangolo di coordinate $A' = (0, 0)$, $B' = (4, 0)$, $C' = \left(4, \frac{1}{3}\right)$ e $D' = \left(0, \frac{1}{3}\right)$.

Scrivi la trasformazione τ .

¹Non è chiesta la dimostrazione. Indica ciò che si usa per ottenere il risultato.

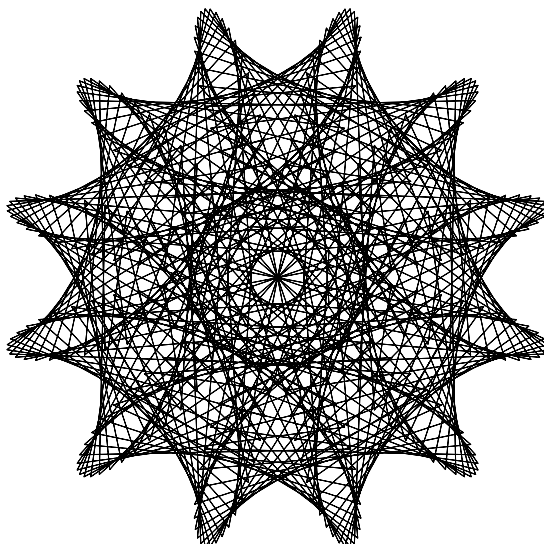
² $\mathcal{M}_2$ è l'insieme di tutte le matrici quadrate 2×2

³Dovresti ricordarti che una funzione è definita da un dominio un codominio e una legge, ad esempio: $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ dove $[a, b]$ è il dominio, $\mathbb{R}$ il codominio e $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ la legge.



4 Oggi niente python ma ...

Ti propongo un disegno:



Come sarà fatto? Chissà se l'AI lo sa?

Quesito 1. Come si ricava la matrice inversa nel prodotto riga per colonna nell'insieme $\mathcal{M}_2^{(1)}$

Quesito 2. La retta di Eulero, come è definita?

Quesito 3. Enuncia e dimostra il teorema delle due secanti.

Problema 1. Risolvi in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

1) $\frac{x^4 + x^2 - 600}{16 - x^2} \leq 0;$

2) $\sqrt{x+3} + \sqrt{x-2} > 1;$

3) $\sqrt{25 - x^2} \geq x - 3.$

Problema 2. Determinare un punto M dell'arco AB , quarta parte di una circonferenza di centro O e raggio r , in modo che AM sia uguale alla distanza di M dalla retta OB .

Problema 3. Dato un triangolo ABC , per un punto D del lato AB conduci i segmenti DM e DN paralleli, rispettivamente ai lati BC e AC , con M su AC e N su BC . Dimostra che:

$$\frac{DM}{BC} + \frac{DN}{AC} = \text{costante}$$

Problema 4. La macchina A produce led e lo 0.5% sono difettosi, determina la probabilità che, su 10 led scelti a caso al massimo 3 siano difettosi.

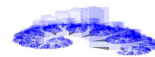
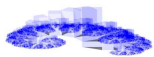
Anche la macchina B produce led in cui lo 0.15% è difettoso.

Scelti a caso 20 led prodotti da una delle due macchine, si ricava che solo 3 sono difettosi. Qual è la probabilità che la macchina che ha prodotto i led sia la A?

Problema 5. Siano $A = (-4, 0)$, $B = (0, 2)$:

- calcola l'equazione della retta AB ;
- ricava le coordinate del punto C in modo che il triangolo BAC sia rettangolo in A e il punto medio dell'ipotenusa BC sia $M = (0, -3)$.
- scrivi l'equazione della circonferenza circoscritta ad ABC .

¹ $\mathcal{M}_2$ è l'insieme di tutte le matrici quadrate 2×2



5 Mate problemi

Problema 1. In un trapezio la differenza delle basi è 6 cm; l'altezza è doppia della base minore e l'area è di 56 cm^2 . Determina la misura delle due basi del trapezio.

Problema 2. Risolvi in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni:

1) $\frac{x^4 - 4x^2 - 5}{4 - x^2} < 0$

3) $\sqrt{x^2 - 3x - 4} \geq x - 5;$

2) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x-2} \leq 3;$

4) $\frac{x^3 - 8x}{x - \sqrt{x-2}} \leq 0$

Problema 3. Se lancio sei volte un dado così costruito: 3 facce hanno sei punti, una faccia cinque punti e le restanti due hanno quattro punti.

1) qual è la probabilità di ottenere esattamente tre volte sei;

2) qual è la probabilità di ottenere esattamente un sei e cinque quattro.

Problema 4. Scrivi l'equazione della retta r parallela alla retta di equazione $y - x + 2 = 0$ che passa per l'origine $O = (0, 0)$.

Problema 5. Dimostra che se due circonferenze si tagliano in A, B , le tangenti condotte ad esse da un qualunque punto P della retta AB sono uguali.

Quesito 3. Enuncia e dimostra il teorema della secante e della tangente.

6 Fis problemi

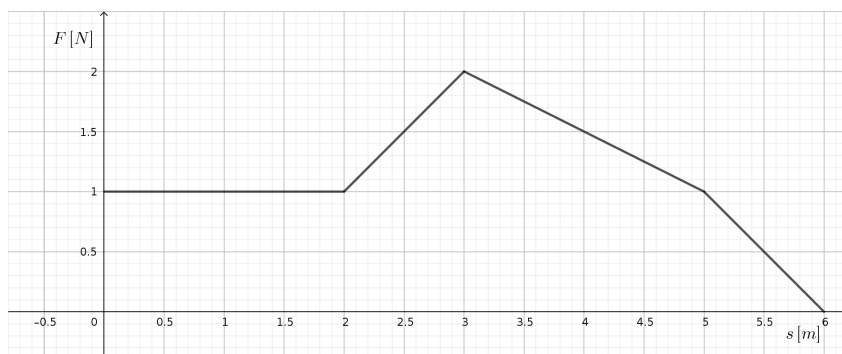
Problema 6. Una massa M , inizialmente in quiete, viene accelerata in modo costante per t_1 secondi, calcola l'accelerazione sapendo che lo spazio percorso nei t_1 secondi è s_0 .

Chiamata ora v_1 la velocità di M nell'istante t_1 , in questo istante M urta una massa $m = \frac{M}{5}$, le due masse si incollano, calcola la velocità delle due masse in un istante successivo a t_1 .

7 MateFis quesiti

Quesito 1. Perché possiamo supporre che $\vec{p}$ (quantità di moto) si conserva negli urti anche se agiscono forze esterne?

Quesito 2. In figura è rappresentato l'andamento della forza $\vec{F}$ in funzione dello spostamento. Calcola, spiegando il procedimento usato, il lavoro svolto da $\vec{F}$ su un punto materiale che si è mosso nell'intervallo $[0, 6]$.



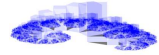
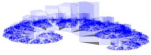
Quesito 4. Sia $f(x) \leq -1 \forall x \in \mathbb{R}$

i) Spiega perché la seguente disequazione, $\sqrt{1 + (f(x))^2} \geq f(x) + 1$, è verificata per ogni $x \in \mathbb{R}$.

ii) Risolvi: $\sqrt{f(x) - 1} \leq x^{2026}$.

Quesito 5. Applicando la trasformazione $\tau : \begin{cases} \alpha = a_{11}x + a_{12}y \\ \beta = a_{21}x + a_{22}y \end{cases}$ al triangolo ABC si ottiene un triangolo $A'B'C'$ la cui area è due volte quella del triangolo ABC .

Proponi, una possibile matrice di trasformazione. Motiva la risposta.



Problema 7. In figura ?? è riportata una curva $\mathcal{E}$ di equazione $y^2 - \frac{16}{25}(x^2 - 6x + 9) = 16$ e la sua trasformata $\tau(\mathcal{E})$. La trasformazione τ è “regolata” dalla matrice $T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix}$

- proponi dei valori possibili per $t_{11}, t_{12}, t_{21}, t_{22}$.
- scrivi la possibile equazione della curva $\tau(\mathcal{E})$.

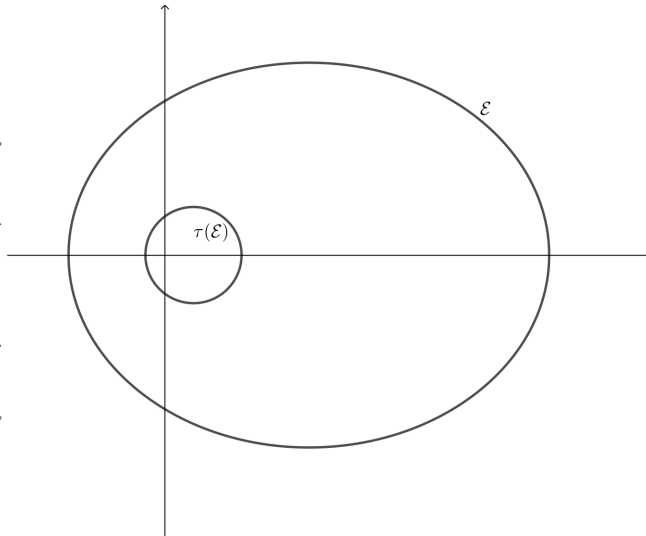


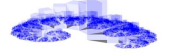
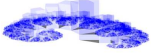
Figura 1

Dimenticavo Python

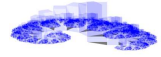
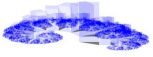
Quesito 6. Cosa calcolano queste righe di codice?

```
n = 46
conta = 0
quaterna = []
for a in range(n) :
    for b in range(n-a) :
        for c in range(n-a-b) :
            d = n-a-b-c
            quaterna.append([a,b,c,d])
            conta += 1
conta, binomial(48,3)
```

- $\frac{x+1}{x-2} + \frac{x-3}{x+4} > 0$
- $\frac{2x-5}{x+1} - \frac{x+3}{x-2} \leq 0$
- $\frac{x}{x+2} + \frac{3}{x-1} \geq \frac{5}{x+2}$
- $\frac{4x-1}{2x+3} - \frac{2x+5}{x-1} < 0$
- $\frac{x+2}{x-3} + \frac{x-4}{x+1} \geq \frac{2x}{x+1}$
- $\frac{3x+1}{x-2} - \frac{2x-3}{x+5} > 0$
- $\frac{x}{x+3} + \frac{2}{x-4} \leq \frac{3}{x+3}$
- $\frac{5x-2}{3x+1} - \frac{x+4}{2x-3} \geq 0$
- $\frac{x+1}{x-4} + \frac{x-2}{x+5} < \frac{3x}{x-4}$
- $\frac{2x-7}{x+2} - \frac{x+1}{x-6} \leq 0$
- $\frac{x^2+1}{x-3} + \frac{x-4}{x+2} > 0$
- $\frac{2x^2-3x+1}{x+1} - \frac{x^2+2}{x-4} \leq 0$
- $\frac{x^2-5x+6}{x-2} + \frac{x+1}{x+3} \geq 0$
- $\frac{3x^2-2x+4}{2x+5} - \frac{x^2+1}{x-1} < 0$



- 15) $\frac{x^2-4}{x+1} + \frac{x-3}{x-2} \geq \frac{2x}{x+1}$
- 16) $\frac{x^2+3x+2}{x-4} - \frac{x^2-1}{x+5} > 0$
- 17) $\frac{2x^2-5x+3}{x+2} + \frac{x+4}{x-3} \leq 0$
- 18) $\frac{x^2-9}{x+1} - \frac{x^2-4}{x-1} \geq 0$
- 19) $\frac{x^2+2x-3}{x-5} + \frac{x-1}{x+2} < 0$
- 20) $\frac{3x^2-7x+2}{x+3} - \frac{x^2+5}{x-2} \leq 0$
- 21) $\frac{x^3-1}{x-2} + \frac{x^2+2}{x+3} > 0$
- 22) $\frac{2x^3-3x^2+1}{x+1} - \frac{x^3+4}{x-2} \leq 0$
- 23) $\frac{x^3-8}{x-1} + \frac{x^2+3x+2}{x+4} \geq 0$
- 24) $\frac{3x^3-2x^2+5}{2x+1} - \frac{x^3+1}{x-3} < 0$
- 25) $\frac{x^3+5x^2-6x}{x+2} + \frac{x^2-4}{x-1} \geq 0$
- 26) $\frac{x^3-27}{x+3} - \frac{x^2+9}{x-4} > 0$
- 27) $\frac{2x^3-5x^2+3x}{x+1} + \frac{x^2-1}{x-5} \leq 0$
- 28) $\frac{x^3+8}{x+2} - \frac{x^2-4}{x+1} \geq 0$
- 29) $\frac{x^3-64}{x-4} + \frac{x^2+5x+6}{x+2} < 0$
- 30) $\frac{3x^3+2x^2-8x+3}{x+2} - \frac{x^3+1}{x-1} \leq 0$
- 31) $\frac{x^2+3x+2}{x^2-4} + \frac{x-1}{x+2} > 0$
- 32) $\frac{2x^2-5x+3}{x^2-9} - \frac{x+4}{x-3} \leq 0$
- 33) $\frac{x^2-4x+3}{x^2-1} + \frac{x+2}{x-1} \geq 0$
- 34) $\frac{3x^2+2x-1}{x^2-16} - \frac{x-5}{x+4} < 0$
- 35) $\frac{x^2+6x+8}{x^2-25} + \frac{x-3}{x+5} \geq 0$
- 36) $\frac{2x^2-7x+6}{x^2-36} - \frac{x+1}{x-6} > 0$
- 37) $\frac{x^2-9}{x^2-4x+4} + \frac{x-2}{x-3} \leq 0$
- 38) $\frac{3x^2-8x+4}{x^2-2x-3} - \frac{x+2}{x+1} \geq 0$
- 39) $\frac{x^2+4x+4}{x^2-5x+6} + \frac{x-1}{x-2} < 0$
- 40) $\frac{2x^2-3x-2}{x^2-6x+8} - \frac{x+3}{x-4} \leq 0$
- 41) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-4x+3} + \frac{x-1}{x-3} > 0$
- 42) $\frac{2x^2-7x+3}{x^2-2x-8} - \frac{x+2}{x-4} \leq 0$
- 43) $\frac{x^2-4}{x^2-3x+2} + \frac{x-2}{x-1} \geq 0$
- 44) $\frac{3x^2-5x-2}{x^2-9} - \frac{x+1}{x+3} < 0$
- 45) $\frac{x^2+2x-3}{x^2-5x+6} + \frac{x-4}{x-2} \geq 0$
- 46) $\frac{2x^2-3x+1}{x^2-1} - \frac{x-5}{x+1} > 0$



- 47) $\frac{x^2-6x+8}{x^2-4} + \frac{x-3}{x+2} \leq 0$
- 48) $\frac{3x^2+4x-4}{x^2-16} - \frac{x-2}{x+4} \geq 0$
- 49) $\frac{x^2-9}{x^2-6x+9} + \frac{x-1}{x-3} < 0$
- 50) $\frac{2x^2-5x+2}{x^2-25} - \frac{x+3}{x-5} \leq 0$
- 51) $\frac{x^3-3x^2+4x-12}{x^2-4} + \frac{x-2}{x+2} > 0$
- 52) $\frac{2x^3-5x^2+3x}{x^2-9} - \frac{x+1}{x-3} \leq 0$
- 53) $\frac{x^3+4x^2+4x}{x^2-1} + \frac{x-3}{x+1} \geq 0$
- 54) $\frac{3x^3-2x^2-8x+5}{x^2-16} - \frac{x-5}{x+4} < 0$
- 55) $\frac{x^3-6x^2+11x-6}{x^2-25} + \frac{x-4}{x-5} \geq 0$
- 56) $\frac{2x^3+3x^2-11x-6}{x^2-36} - \frac{x+2}{x-6} > 0$
- 57) $\frac{x^3-8}{x^2-4x+4} + \frac{x-1}{x-2} \leq 0$
- 58) $\frac{3x^3+2x^2-5x-2}{x^2-9} - \frac{x+3}{x+3} \geq 0$
- 59) $\frac{x^3+5x^2+6x}{x^2-6x+8} + \frac{x-2}{x-4} < 0$
- 60) $\frac{2x^3-7x^2+3x+2}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} \leq 0$