

Combinatoria

Pordenone, 3 febbraio 2016

Esercizio 1. Quante sono le coppie ordinate (A, B) di sottoinsiemi di $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ tali che la loro intersezione contiene esattamente 1 elemento?

Esercizio 2. Agnese e Bruno sfidano Viviana e Zenone a biliardino; le squadre sono molto equilibrate, per cui per ogni pallina giocata entrambe le squadre hanno probabilità $1/2$ di segnare un gol. Qual è la probabilità che la partita finisca in parità con 5 gol segnati da ciascuna squadra?

Esercizio 3. Ad una festa partecipano 20 persone. Al momento del grande ballo, gli invitati formano dieci coppie e iniziano a danzare. In quanti modi diversi si possono formare le coppie?

Esercizio 4. Un ladro sta cercando di rubare una bicicletta; per riuscirci deve scoprire il codice segreto di 5 cifre (comprese tra 0 e 9) che apre il lucchetto. Sa benissimo che, alla peggio, dovrà provare 10^5 combinazioni diverse prima di riuscire ad impadronirsi della bicicletta, ma è riuscito ad avere delle informazioni che gli permettono di ridurre il numero massimo di tentativi necessari. In particolare sa che il codice ha almeno una delle seguenti proprietà:

- Il numero di 5 cifre che costituisce il codice è un multiplo di 3;
- La prima cifra è 7.

Quanti tentativi dovrà fare, al massimo, per riuscire ad indovinare il codice segreto?

Esercizio 5. Camilla ha una scatola che contiene 2017 graffette. Ne prende un numero positivo n e le mette sul banco di Federica, sfidandola al seguente gioco. Federica ha a disposizione due tipi di mosse: può togliere 3 graffette dal mucchio che ha sul proprio banco (se il mucchio contiene almeno 3 graffette), oppure togliere metà delle graffette presenti (se il mucchio ne contiene un numero pari). Federica vince se, con una sequenza di mosse dei tipi sopra descritti, riesce a togliere tutte le graffette dal proprio banco.

1. Per quanti dei 2017 possibili valori di n Federica può vincere?
2. Le ragazze cambiano le regole del gioco e decidono di assegnare la vittoria a Federica nel caso riesca a lasciare sul banco una singola graffetta. Per quanti dei 2017 valori di n Federica può vincere con le nuove regole?