

# Geometria

Pordenone, 1 febbraio 2019

**Problema 1.** Siano  $a$  e  $b$  due numeri reali positivi. Consideriamo un esagono regolare di lato  $a$ , e costruiamo sui suoi lati sei rettangoli di lati  $a$  e  $b$ , disposti esternamente all'esagono. I dodici nuovi vertici giacciono su una circonferenza.

Ripetiamo l'operazione precedente, ma scambiando fra loro i valori di  $a$  e  $b$ : ossia, partiamo da un esagono regolare di lato  $b$  e costruiamo su di esso, sempre esternamente all'esagono, sei rettangoli di lati  $a$  e  $b$ . Otteniamo che i dodici nuovi vertici giacciono su una seconda circonferenza.

Dimostrare che le due circonferenze hanno lo stesso raggio.

**Problema 2.** Sia  $\Gamma$  una circonferenza di raggio  $r$  e sia  $P$  un punto a distanza  $d$  dal centro di  $\Gamma$ . Dimostrare che

$$pow_{\Gamma}(P) = |d^2 - r^2|.$$

**Problema 3.** Dimostrare che la distanza tra un vertice di un triangolo e il suo ortocentro è il doppio della distanza tra circocentro e il lato opposto al vertice.

**Problema 4.** Sia  $ABC$  un triangolo,  $H$  il suo ortocentro e  $P, Q, R$  i piedi delle altezze condotte rispettivamente da  $A, B, C$ . Dimostrare che  $AH \cdot HP = BH \cdot HQ = CH \cdot HR$ .

**Problema 5.** Sia  $ABCD$  un quadrilatero convesso tale che  $C\hat{A}B = C\hat{D}A$  e  $B\hat{C}A = A\hat{C}D$ . Detto  $M$  il punto medio di  $AB$  si dimostri che  $B\hat{C}M = D\hat{B}A$ .