

1. Risolvi le seguenti equazioni:

a. $\frac{x}{x^2-2} = \frac{\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}} + 1$

b. $\frac{1}{x^3-2x^2+x} + \frac{4}{1-x} = -\frac{8}{x}$

c. $\frac{x^2+1}{2} - \frac{(x^2-1)^2}{4} + 1 = 0$

d. $\sqrt{x} + 1 - 2x = 0$

e. $\sqrt{x^2-3} = \sqrt{x-1}$

2. Risolvi la disequazione e il sistema di disequazioni seguenti:

a. $\frac{(4x^2+4x+1)}{3x^2+4x-4} \geq 0$

b.
$$\begin{cases} \frac{2}{1-x} \leq \frac{4}{x+2} \\ 3x^2 + x \geq -1 \\ x^3 + 3x^2 + 3x + 1 > 0 \end{cases}$$

3. Risolvi i seguenti sistemi di equazioni:

a.
$$\begin{cases} \frac{2x-3y}{x} = 1 \\ \frac{x-3}{y-1} = \frac{x}{y} \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 - 4xy = 9 \\ x + z = 2 \\ x - y = 2z \end{cases}$$

4. Considera l'equazione $(k-1)x^2 - 2kx + k + 2 = 0$

Scrivi per quali valori di k risulta di primo grado e per quali di secondo.

Determina successivamente i valori di k per cui:

a. NON ammette soluzioni reali

c. Le soluzioni sono reali e antireciproche

b. Ammette una soluzione uguale a 1

d. La somma delle soluzioni reali è positiva

5. Disegna nel piano cartesiano il triangolo di vertici A(3,-1) B(-1,5) C(3,4) e indica con Q l'ortocentro (punto di incontro delle altezze).

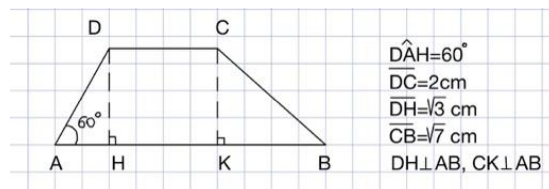
a. Trova le coordinate di Q.

b. Trova l'area del triangolo ABC

c. Determina le coordinate del punto D in modo che il quadrilatero ABCD sia un parallelogramma.

6. Risolvi, a scelta, solo due dei tre problemi proposti.

a. Considera il trapezio ABCD della figura.



a1. Determina la misura del perimetro.

a2. Detto P il punto di incontro dei prolungamenti di AD e BC, determina la misura dell'altezza di $\overline{APB}$.

b. Il triangolo isoscele ABC di base $\overline{AB} = 6\text{ cm}$ e altezza relativa alla base $\overline{CH} = 9\text{ cm}$ è inscritto in una circonferenza. Trova il raggio r di tale circonferenza.

Verificato che $r = 5\text{ cm}$, costruisci il rombo PQRS circoscritto alla circonferenza. Sapendo che la sua diagonale maggiore misura $10\sqrt{5}\text{ cm}$, trova il lato del rombo.

c. Sia ABC il triangolo isoscele di base $\overline{AB} = 6\text{ cm}$ e di lato obliquo $\overline{CB} = 5\text{ cm}$. Considera sul lato AC un punto P e chiama Q il punto in cui la parallela alla base AB per P incontra il lato CB.

Determina la posizione di P in modo che $\overline{AP}^2 + 5\overline{PQ} = 22\text{ cm}$.