Combinatoria

Pordenone, 8 febbraio 2018

Problema 1. Quanti sono i sottoinsiemi di {1,2,3,4,5,6,7} tali che la somma degli elementi sia dispari? Se invece di {1,2,3,4,5,6,7} considero {1,2,...,n}?

Problema 2. Su una comune scacchiera (8 righe e 8 colonne) vengono collocate 8 torri. Due torri si attaccano se stanno sulla stessa riga o sulla stessa colonna. In quanti modi possiamo mettere le 8 torri in modo che non ce ne siano 2 che si attaccano?

Problema 3. Quante sono le successioni strettamente crescenti di 5 numeri interi x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 tali che $0 < x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 < 2017$?

Problema 4. Al termine della "regular season" di un campionato, le prime 7 classificate si sfidano in incontri di spareggio secondo questa regola. La n.7 incontra la n.6: la perdente ottiene il settimo premio, la vincente sfida la n.5. Dopo questo nuovo incontro, la perdente ottiene il sesto premio e la vincente sfida la n.4, e cos'i via. Determinare in quanti modi le sette squadre possono ricevere i sette premi.

Problema 5. Si calcoli:

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}^2.$$

Si calcoli poi, fissati n, m e $k \leq n, m$:

$$\sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i}\binom{m}{k-i}.$$