Algebra e Teoria dei Numeri

Pordenone, 9 febbraio 2018

Problema 1. Dimostrare che

$$\frac{21n+4}{14n+3}$$

è irriducibile per ogni numero naturale n (quindi che non esista nessun numero positivo diverso da 1 che divide sia $21n+4$ sia $14n+3$).

Problema 2. Trovare tutti gli interi n compresi tra 0 e 2018 tali che le ultime due cifre di n^2 siano 34.

Problema 3. Sia $p(x)$ un polinomio a coefficienti interi tale che:

$$p(1) = p(3) = 7.$$

Quanto può valere $p(4)$?

Problema 4. Sia $p(x)$ un polinomio a coefficienti interi tale che:

$$p(1) = p(2) = p(3) = 1.$$

Può esistere un intero n tale che $p(n) = 4$?

Problema 5. Sappiamo che

$$33! = 8ab331761881188649551819440128cd00000.$$

Calcolare a, b, c, d SENZA CALCOLATRICE!!!

Problema 6. Dimostrare che per ogni n intero positivo si ha $7|3^{2n+1} + 2^{n+2}$.

Problema 7. Sia $a_0 = 2018!$. Siano poi a_1 uguale alla somma delle cifre di a_0, a_2 uguale alla somma delle cifre di a_1 e così via (a_{n+1} uguale alla somma delle cifre di a_n). Si calcoli a_{10}.