

Algebra e Teoria dei Numeri

Pordenone, 1 febbraio 2019

Problema 1. Quante sono le coppie di numeri interi positivi consecutivi dei quali uno è un numero primo e l'altro è un cubo perfetto?

Problema 2. Quanti sono i numeri primi che possono essere espressi nella forma $n^{n+1} + 1$ con n intero positivo?

Problema 3. Per quali interi positivi n si ha che $n^{23} + 23^n$ è multiplo di 4?

Problema 4. Dimostrare che, se n è un intero positivo dispari, allora $2^{3n+1} + 3^n + 5^{2n}$ è multiplo di 11.

Problema 5. Qual è il più piccolo multiplo di 99 tale che la somma delle sue cifre sia dispari?

(*Suggerimento:* NON calcolate tutti i multipli di 99 fino a trovarlo, non è così piccolo)

Problema 6. Sulla lavagna sono scritti gli interi da 1 a 30. Ad ogni mossa possiamo rimpiazzare due interi a e b con un intero a scelta tra $a + b$, $a - 6b$, $8a - 13b$, diminuendo quindi di uno il numero degli interi scritti. Alla fine è possibile rimanere soltanto con uno 0?

Problema 7. Determinare tutte le coppie (x, y) di numeri naturali tali che

$$2^x + 1 = 3^y.$$