

Combinatoria e altro

Pordenone, 7 febbraio 2020

Esercizio 1. Quanti sono gli anagrammi della parola *FRIULANO*? Quanti invece quelli della parola *MATEMATICA*?

Esercizio 2. Consideriamo una scacchiera 9×9 . Determinare quanti sono i cammini che partono dalla casella in basso a sinistra e arrivano alla casella in alto a destra, procedendo sempre verso destra o verso l'alto, e non passano mai per la casella centrale.

Esercizio 3. Dimostrare che per ogni n intero positivo vale

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2.$$

Esercizio 4. Dimostrare che per ogni n si può ricoprire una tabella quadrata di lato 2^n a cui è tolta una casella con trimini a forma di L ("piastrelle" formate da 3 quadratini messi ad angolo).

Esercizio 5. Si prenda un triangolo equilatero di lato 2, e al suo interno si scelgano a caso 5 punti. Dimostrare che, comunque si prendano questi punti, ce ne sono due a distanza minore di 1.

Esercizio 6. Si prendano $n + 1$ numeri nell'insieme $\{1, 2, 3, \dots, 2n\}$. Dimostrare che:

- ce ne sono due primi tra loro;
- ce ne sono due di cui uno è divisore dell'altro.